
暑假班第 7、8 讲-数的整除练习题

一. 夯实基础

1. 判断下列各数，(1) 哪些能被 4、8、25、125、3、9、11 整除：437250、96255、42104、6875、752604、308；(2) 判断 1027、45038，哪个能被 13 整除，哪个能被 7 整除？

2. 从 1~3998 这 3998 个自然数中，有多少个能被 4 整除？

3. 两个四位数 $\overline{A275}$ 和 $\overline{275B}$ 相乘，要使它们的乘积能被 72 整除，求 A 和 B 。

4. 六位数 $\overline{2009\square\square}$ 能被 99 整除，它的最后两位数是多少？

5. $393\square$ 是一个四位数. 数学老师说: “我在其中的方框内中先后填入 3 个数字, 所得到的 3 个四位数: 依次可被 6, 11, 8 整除.” 问: 数学老师先后填入的 3 个数字的和是多少?

6. 六位自然数 $1082\square\square$ 能被 23 整除, 末两位数有多少种情况.

7. 六位数 $20\square\square08$ 能被 99 整除, $\square\square$ 是_____.

二. 拓展提高:

8. 六位自然数, $1082\square\square$ 能被 12 整除, 末两位数有_____种情况。

9.三位数中能被 11 整除，且数字之和为 11 的有()个。

10.把 30 个自然数 1，2，3，…，30 乘到一起，那么这个乘积的末尾会有()个 0。

11.要使 $\overline{26abcd2}$ 能被 36 整除，而且所得的商最小，那么 a 、 b 、 c 、 d 的和是()。

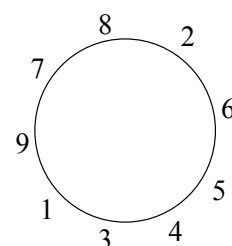
12.已知 $\overline{ABABA}$ 能被 22 整除， $B-A$ 的最大值为_____。

13.小新一共买了 28 支价格相同的钢笔给大家作为奖品，共付人民币 $9\square.2\square$ 元.已知 $\square$ 处数字相同，请问每支钢笔多少元？

14.刘叔叔给 18 名工人发完工资后，把总钱数写在一张纸上，可是由于他吸烟不小心，火星落在纸上，把这笔帐的总数烧去两个数字， $\overline{97\square8\square}$ ，刘叔叔记得每名工人的工资都一样，而且都是整数元，每名工人的工资最高可能是（ ）。

三. 超常挑战:

15.如图，把 1~9 这 9 个数字放在一个圆圈上。请在某两个数字之间剪开，分别按顺时针和逆时针次序形成两个九位数(比如在 7 和 8 之间剪开，就形成了 826543197 和 791345628 这两个九位数). 如果要求剪开后所得到的两个九位数的差能被 396 整除，那么可以从哪两个数字之间剪开？



16. 把三位数 $\overline{3ab}$ 接连重复写下去, 共写 1993 个 $\overline{3ab}$, 所得的数 $\underbrace{\overline{3ab3ab}\cdots\overline{3ab}}_{1993\text{个}\overline{3ab}}$ 恰是 91 的倍数,

试求 $\overline{ab} = ?$

17. N 是一个各位数字互不相等的自然数, 它能被它的每一个数字整除. N 的最大值是多少?

四. 杯赛演练:

18. (2004 年希望杯第二届五年级二试第 4 题, 6 分) 若四位数 $\overline{9a8a}$ 能被 15 整除, 则 a 代表的数字是_____。

19. (2008 年数学解题能力展示初赛试题) 已知九位数 $2007\square12\square2$ 既是 9 的倍数, 又是 11 的倍数; 那么, 这个九位数是多少?

20. (2003 年希望杯第 1 届五年级 2 试第 3 题)
六位数 $2003\square\square$ 能被 99 整除, 它的最后两位数是_____。

21. (第 2 届华杯赛初赛第 14 题) 用 1、9、8、8 这四个数字能排成几个被 11 除余 8 的四位数?

22. (2010 年“数学解题能力展示”五年级初赛) 已知一个五位回文数等于 45 与一个四位回文数的乘积 (即 $\overline{abcba} = 45 \times \overline{deed}$), 那么这个五位回文数最大的可能值是_____.

23. (全国小学数学奥林匹克) 如果 $\underbrace{20052005 \cdots 200501}_{n \text{ 个 } 2005}$ 能被 11 整除, 那么 n 的最小值是_____。

答案：

- 1.解析：（1）能被 4 整除的：42104、752604、308；能被 8 整除：42104
能被 25 整除的：437250、6875；能被 125 整除的：6875
能被 3 整除的：437250、96255、752604；能被 9 整除：96255
能被 11 整除的：6875、308
（2）1027 能被 13 整除；45038 能被 7 整除。

- 2.解析：3998÷4=999...6 所以 1~3998 中有 996 个能被 4 整除的

- 3.解析：由于 $72=8\times 9$ ，而 $\overline{A275}$ 不是 2 的倍数， $\therefore 8|\overline{275B}\Rightarrow B=2$

$$2752 \text{ 不是 } 3 \text{ 的倍数，} \therefore 9|\overline{A275}\Rightarrow 9|(A+2+7+5)\Rightarrow 9|(A+5)\Rightarrow A=4$$

- 4.解析：方法一：试除法，200999 被 99 除商 2020 余 29，

所以这个六位数最后两位是 $99-29=70$ 时，它被 99 整除；

方法二：99=9×11， $\overline{2009\square\square}$ 能被 99 整除，所以各位数字之和为 9 的倍数，

所以方框中数字的和只能为 7 或 16；又根据数被 11 整除的性质，
方框中两数字的差为 7，所以它的最后两位数是 70。

方法三：利用 99 的整除性，令 $\overline{2009\square\square}=\overline{2009ab}$ ，则 $20+09+\overline{ab}=99$ ， $\overline{ab}=99-20-9=70$ 。

$$5. \text{解析：} 6|\overline{393a}\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2|a \\ 3|(3+9+3+a)\Rightarrow 3|a \end{array} \right\} \Rightarrow a=6 \text{ 或 } 0$$

$$11|\overline{393a}\Rightarrow 11|(9+a-3-3)\Rightarrow 11|(3+a)\Rightarrow a=8$$

$$8|\overline{393a}\Rightarrow 8|\overline{93a}\Rightarrow a=6；\text{所以三个数字和为 } 6+8+6=20 \text{ 或 } 0+8+6=14。$$

- 6.解析：试除法。因为 $108200\div 23=4704\dots 8$ ，把余 8 看做不足 15。

所以，方框中的数为 15、38、61、84 四种情况时，六位数能被 23 整除。
所以末两位数有 4 种情况。

- 7.解析：209908÷99=2120...28，现在要实现 $20\square\square 08$ 能被 99 整除，
则必须减去 $99n+28$ ，经试算可得 $n=28$ ，此时 $\square\square$ 为 71

- 8.解析：试除法：108299÷12=9024...11，99-11=88、88-12=76、76-12=64、64-12=52、52-12=40、
40-12=28、28-12=16、16-12=04 共 8 种情况。

- 9.解析：设这个三位数为 $\overline{abc}$ ，有 $a+b+c=11$ 和 $a+c-b=0$ 或者 11，显然有 $a+c=11$ ， $b=0$ ，
所以就有 209、308、407、506、605、704、803、902，共 8 个。

10.解析：易知从1乘到30，共会有5、10、15、20、25、30共计6个5的倍数，
其中25是25的倍数，所以这个乘积的末尾有6个0。

11.解析： $\overline{26abcd2}$ 能被36整除，而 $36=4\times 9$ ；所以说明 $\overline{26abcd2}$ 即能被4整除也能被9整除；

$\overline{26abcd2}$ 能被4整除说明： $\overline{d2}$ 能被4整除，从而 d 只可能是1, 3, 5, 7, 9；

要使商最小， a 、 b 、 c 应尽可能小，先取 $a=0$ ， $b=0$ ，则数字之和为：
 $2+6+2+0+0+c+d=10+c+d$ 应为9的倍数。而 d 只可能是1, 3, 5, 7, 9。
所以， c 最小取1，此时 $d=7$ 。此时 $a+b+c+d=0+0+1+7=8$ 。

12.解析： A 只能取2；4；6；8，奇数位上的和对应分别为6；12；18；24；
由于被11整除的数奇偶数位数字和的差为11的倍数，
所以对应的偶数位上的数的和为6或17；12；18或7；23或2，
对应的符合条件的可能的 B 的值为3；6；9；1，所以 $B-A$ 的最大值为3。

13.解析： $9\square.2\square$ 元= $9\square2\square$ 分， $28=4\times 7$ ，4和7均能整除 $9\square2\square$ ，
 $4\mid 2\square$ 可知 $\square$ 处能填0或4或8。
因为7不能整除9020，7不能整除9424，所以 $\square$ 处不能填0和4；
因为 $7\mid 9828$ ，所叫 $\square$ 处应该填8，即 9828 分= 98.28 元， $98.28\div 28=3.51$ (元)

14.解析：由于每名工人的工资都一样，说明总工资能被18整除；

令总工资为 $\overline{97a8b}$ ，因为 $18=2\times 9$ ，该数能被2整除，也能被9整除；

能被2整除说明，则该数的末位为0、2、4、6、8中的一种；

$9+7+8+a+b=24+a+b$ 。现在要为9的倍数，则 a 尽量大，为8，此时 $b=4$ 。

所以每个工人的最高工资为： $97884\div 18=5438$ 元。

15.解析：将396分解质因数： $396=4\times 9\times 11$ ，也就是说要让两个九位数的差分别是4、9、11的倍数。首先可以看出，不论在哪两个数之间剪开，得到的两个九位数的各位数字之和都是45，是9的倍数，所以它们的差肯定也是9的倍数。另外，能被11整除的数，其奇数位上所有的数字和与偶数位上的所有数字和的差是11的倍数。而一个数如果不是11的倍数，那么这个数除以11的余数实际上就是从右开始奇数位所有的数字和减去偶数位上的所有数字和的差除以11的余数。这样一来，可以发现，无论从哪两个数之间剪开，由于得到的两个九位数互为反序数，这两个九位数的奇数位上的5个数和偶数位上的4个数也都分别颠倒了顺序，但它们具体是哪几个数字不变，所以它们的总和也不变，那么奇数位所有的数字和减去偶数位上的所有数字和的差也就不变，也就是说互为反序数的两个九位数，它们除以11的余数是相同的，那么它们的差是11的倍数。由此可见，不论从哪里剪开，得到的两个九位数的差都是9和11的倍数，那么只需要判断差是不是4的倍数就可以了。而要判断是否是4的倍数，只需要看末两位数，此时可以一一检验，
可得从(1,9)，(3,1)、(8,2)、(7,9)之间剪开得到的差是4的倍数。
所以从这四处剪开符合题意。

16.解析：因为 $91=7\times 13$ ，且 $(7,13)=1$ ，所以 $7|\overbrace{3ab3ab\cdots 3ab}^{1993\text{个}3ab}$ ， $13|\overbrace{3ab3ab\cdots 3ab}^{1993\text{个}3ab}$ 。

根据一个数能被7或13整除的特征可知：

原数 $\overbrace{3ab3ab\cdots 3ab}^{1993\text{个}3ab}$ 能被7以及13整除，

当且仅当 $\overbrace{3ab3ab\cdots 3ab}^{1992\text{组}}-3ab$ 能被7以及13整除，

也就是 $\overbrace{3ab\cdots 3ab000}^{1991\text{组}}$ 能被7以及13整除。

因为 $(7,10)=1$ ， $(13,10)=1$ ，所以 $7|\overbrace{3ab\cdots 3ab000}^{1991\text{组}}$ ，

$13|\overbrace{3ab\cdots 3ab000}^{1991\text{组}}$ 也就是 $7|\overbrace{3ab\cdots 3ab}^{1991\text{组}}$ ， $13|\overbrace{3ab\cdots 3ab}^{1991\text{组}}$ ，

因此，用一次性质（特征），就去掉了两组 $\overline{3ab}$ ；

反复使用性质996次，最后转化成：原数能被7以及13整除，

当且仅当 $\overline{3ab}$ 能被7以及13整除

又因为91的倍数中小于1000的只有 $91\times 4=364$ 的百位数字是3， $\therefore \overline{ab}=364$ 。

17.解析：由于 N 的各位数字互不相等且不为0，所以 N 最多为9位数。

要使 N 最大，应使 N 的位数尽可能多，由于 N 的各位数字都不为0，

如果 N 的数字中有5，则 N 的个位数字为5，但此时 N 是奇数，不能被偶数整除，故 N 的数字中不能有偶数，此种情况下 N 的位数较小，不可能最大。

所以 N 的各位数字中不应有5，此时剩下1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9八个数字，由于这八个数字组成的八位数的各位数字之和为40，不能被3整除，

所以它们组成的八位数不符合题意， N 最多为七位数。

要使 N 最大， N 的数字中要有9，则其数字和应为9的倍数，

因为1~9的数字和为45，若没有数字5，则组成 N 的数字中也不应有4，

构成 N 的数字为1, 2, 3, 6, 7, 8, 9，

经尝试可得出满足条件的最大值 N 为9867312。

18.解析： $15=3\times 5$ ，能被15整除，那么能同时被5和3整除。

能被5整除，看个位，那么 a 只能是0或5；

但是当 $a=0$ ，9080不能被3整除；

当 $a=5$ 时， $9+5+8+5=27$ 是3的倍数，所以 $a=5$ 。

19.解析: (方法一)设原数= $\overline{2007a12b2}$, $\because 9 \mid \overline{2007a12ba} \Rightarrow a+b=4$ 或者 $a+b=13$,

$$\because 11 \mid \overline{2007a12b2} \Rightarrow 2+0+a+2+2-(0+7+1+b)=0 \text{ 或者}$$

$$(0+7+1+b)-(2+2+a+0+2)=11 \Rightarrow a-b=2 \text{ 或者 } b-a=9 \text{ 根据两数和差同奇偶,}$$

$$\text{得: } \begin{cases} a+b=4 \\ a-b=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=1 \end{cases} \text{ 或者 } \begin{cases} a+b=13 \\ b-a=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=11 \end{cases} \text{ 不成立.}$$

所以, $\overline{2007a12b2} = 200731212$.

(方法二)设原数= $\overline{2007a12b2}$, 该数既能被 9 整除, 又能被 11 整除,

$$\text{则该数能被 99 整除. 所以 } \overline{b2}+12+\overline{7a}+0+2=99, \text{ 所以 } \overline{b2}+\overline{7a}=85$$

$$\text{所以 } b=1, a=3. \overline{2007a12b2} = 200731212$$

20.解析: 试除法 $200399 \div 99 = 2024 \cdots 23$, 所以最后两位是 $99-23=76$ 。

21.解析: 用 1、9、8、8 可排成 12 个四位数,

即 1988, 1898, 1889, 9188, 9818, 9881, 8198, 8189, 8918, 8981, 8819, 8891

它们减去 8 变为 1980, 1890, 1881, 9180, 9810, 9873, 8190, 8181, 8910, 8973,

8811, 8883。其中被 11 整除的仅有 1980, 1881, 8910, 8811,

即用 1、9、8、8 可排成 4 个被 1 除余 8 的四位数, 即 1988, 1889, 8918, 8819。

22.解析: 根据题意, $\overline{abcba} = 45 \times \overline{deed}$, 则 $\overline{abcba}$ 为 45 的倍数, 所以 a 应为 0 或 5,

又 a 还在首位, 所以 $a=5$, 现在要让 $\overline{abcba}$ 尽可能的大,

首先需要位数高的尽可能的大, 所以令 $b=9, c=8$,

则 $a+b+c+b+a=5+9+8+9+5=36$ 是 9 的倍数, 用 $59895 \div 45 = 1331$ 符合条件,

所以这个五位回文数最大的可能值是 59895。

23.解析: $\underbrace{20052005 \cdots 200501}_{n \text{ 个 } 2005}$ 中奇数位减偶数位的差为 $(5-2)n+1=3n+1$,

当 $n=7$ 时, $(3n+1)$ 是 11 的倍数, 所以 n 的最小值是 7。